

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
2019–2020 уч. год
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП

8 класс

1. Существует ли трехзначное число, у которого сумма цифр равна наибольшему простому делителю этого числа?
2. Баба Яга полетела на метле из избушки на Лысую гору. В полночь на расстоянии 100 км от избушки она пересела в ступу. За 50 км до Лысой горы ступа прохудилась, и Бабе Яге пришлось лететь снова на метле. В результате она оказалась на Лысой горе в 2 часа ночи. За сколько времени она долетит на метле обратно, если на метле она летает втрое медленнее, чем в ступе?
3. Целые числа a и b таковы, что число $a^2 + 5ab + b^2$ делится на 7. Докажите, что число $a^2 - b^2$ тоже делится на 7.
4. В треугольнике ABC угол C в 2 раза больше угла B , CD – биссектриса. Из середины M стороны BC опущен перпендикуляр MH на отрезок CD . На стороне AB нашлась такая точка K , что KMH – правильный треугольник. Докажите, что точки M , H и A лежат на одной прямой.
5. Двое играют на доске 6×6 . Первый ставит на любое поле шашку, затем они поочередно (начиная со второго) делают ею ходы на любое соседнее поле по диагонали, не возвращаясь на поля, где шашка уже побывала. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?