

1. Различные натуральные числа a, b, c, d такие, что $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} = 1$. Обязательно ли какое-то из чисел a, b, c, d будет равно 2?
2. Из пункта А в пункт Б побежала Аня, а навстречу ей из Б в А одновременно вышла Лена. Когда Аня пробежала половину пути, расстояние между Аней и Леной было 2 км. Через некоторое время, когда Лена прошла одну третью часть пути от Б до А, расстояние между девочками опять стало равным 2 км. Найдите расстояние между А и Б.
3. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle BAD = \angle CDA$, а серединные перпендикуляры к сторонам AB и CD пересекаются в точке K на стороне AD . Докажите, что $AC = BD$.
4. Докажите, что всех действительных чисел $(a^4 + 2)(b^2 + 2) + (a^2 + 2)(b^4 + 2) \geq 2((a^2 + b)^2 + (b^2 + a)^2)$.
5. Из чисел 1, 2, ..., 44, 45 выбрали произвольно 14 различных чисел. Докажите, что из этих 14 чисел можно выбрать четыре числа таких, что сумма двух из них равна сумме двух других.

1. Докажите, что число $2^{2018} + 4^{505}9^8 + 3^{32}$ составное.
2. Клетки доски 8×8 покрашены в черный и желтый цвета так, что клеток каждого цвета поровну (по 32). Какое наименьшее количество квадратов 2×2 , в которых по 2 черных и желтых клетки, может быть на этой доске?
3. На сторонах AB и BC треугольника ABC отмечены точки P и Q так, что PQ и AC параллельны. Точка M - середина BC , отрезок AM пересекает отрезок PQ в точке K так, что $PK = 5, KQ = 3$. Найдите длину AC .
4. Найдите все наборы целых чисел x, y, z , такие, что $x^2 - y^2 - z^2 = 1, y + z - x = 3$.
5. Можно ли число 8192 представить в виде суммы нескольких (не менее двух) последовательных натуральных чисел?

1. Из пункта А в пункт Б побежала Аня, а навстречу ей из Б в А одновременно вышла Лена. Когда Аня пробежала половину пути, расстояние между Аней и Леной было 2 км. Через некоторое время, когда Лена прошла одну третью часть пути от Б до А, расстояние между девочками опять стало равным 2 км. Найдите расстояние между А и Б.
2. Клетки доски 8×8 покрашены в черный и желтый цвета так, что клеток каждого цвета поровну (по 32). Какое наименьшее количество квадратов 2×2 , в которых по 2 черных и желтых клетки, может быть на этой доске?
3. На стороне BC квадрата $ABCD$ отмечены точки L и K так что $BL = LK = KC$, а на стороне AD - точка M , $AM = AD/3$. Найдите $\angle ALM + \angle AKM + \angle ACM$.
4. Действительные числа x, y, z, t такие, что $0 \leq x, y, z, t \leq 1$. Найдите наибольшее значение выражения $x + y + z + t - xy - yz - zt - tx$.
5. Найдите все такие простые числа p и q ($p > q$), что $p + q$ не делится на 3, а $(p + q)^3$ делится на $(p - q)^2$.