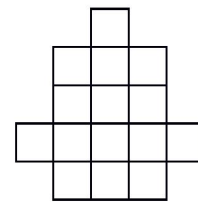


4 класс (90 минут)

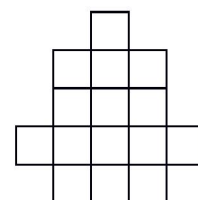
1. Вовочка по чётным числам всегда говорит правду, а по нечётным всегда обманывает. В феврале его три раза подряд спрашивали: «Сколько тебе лет?». В первый день он ответил : «9», во второй: «8», в третий: «7». Сколько ему лет? (Ответ надо обосновать).



2. Разрежьте фигуру на рисунке на три одинаковые части по линиям сетки.
3. Два брата, Макар и Пахом, привезли на мельницу мешки с зерном. У Макара было 5 больших мешков и 3 маленьких, а у Пахома – 3 больших и 5 маленьких. За помол большого мешка мельник берёт в 3 раза больше, чем за помол маленького. Макар заплатил за помол своего зерна на 40 рублей больше, чем Пахом. Сколько заработал мельник за помол всего зерна? (Ответ надо обосновать).
4. В трех играх чемпионата по футболу команда забила три гола и пропустила в свои ворота один гол. За каждую победу команда получает 3 очка, за ничью – 1 очко, а за поражение – 0 очков. Сколько очков могла набрать команда за эти три игры? (Найдите все ответы и докажите, что других нет).
5. Разность двух четырехзначных чисел равна 7. Для каждого из этих чисел Петя вычислил сумму цифр, а потом из большей суммы вычел меньшую. Какой результат он мог получить? (Найдите все ответы и докажите, что других нет).

4 класс (90 минут)

1. Вовочка по чётным числам всегда говорит правду, а по нечётным всегда обманывает. В феврале его три раза подряд спрашивали: «Сколько тебе лет?». В первый день он ответил : «9», во второй: «8», в третий: «7». Сколько ему лет? (Ответ надо обосновать).

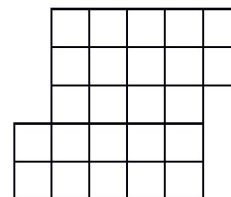


2. Разрежьте фигуру на рисунке на три одинаковые части по линиям сетки.
3. Два брата, Макар и Пахом, привезли на мельницу мешки с зерном. У Макара было 5 больших мешков и 3 маленьких, а у Пахома – 3 больших и 5 маленьких. За помол большого мешка мельник берёт в 3 раза больше, чем за помол маленького. Макар заплатил за помол своего зерна на 40 рублей больше, чем Пахом. Сколько заработал мельник за помол всего зерна? (Ответ надо обосновать).
4. В трех играх чемпионата по футболу команда забила три гола и пропустила в свои ворота один гол. За каждую победу команда получает 3 очка, за ничью – 1 очко, а за поражение – 0 очков. Сколько очков могла набрать команда за эти три игры? (Найдите все ответы и докажите, что других нет).
5. Разность двух четырехзначных чисел равна 7. Для каждого из этих чисел Петя вычислил сумму цифр, а потом из большей суммы вычел меньшую. Какой результат он мог получить? (Найдите все ответы и докажите, что других нет).

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**5 класс (120 минут)**

1. Разрежьте фигуру на рисунке на две одинаковые части по линиям сетки и сложите из них прямоугольник  $4 \times 6$  клеток. Покажите, как надо резать и как складывать.

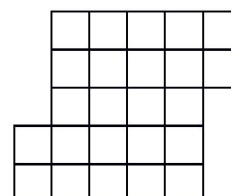


2. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – число, состоящее из семи цифр: двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Найдите код для открытия сейфа. (Ответ надо обосновать).
3. На экране компьютера – число 141. Каждую секунду компьютер перемножает все цифры числа на экране, полученное произведение либо прибавляет к этому числу, либо вычитает из него, а результат появляется на экране вместо исходного числа. Появится ли еще когда-нибудь на экране число 141? (Ответ надо обосновать).
4. Произведение 1998 натуральных чисел равно 105, а их сумма равна 2018. Найдите эти числа. (Ответ надо обосновать).
5. Тётя Груша продаёт кабачки. Три кабачка она продаёт за 5 рублей, четыре кабачка – за 6 рублей, а пять кабачков – за 7 рублей. Ни в каком другом количестве тётя Груша кабачки не продаёт. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 рублей. Сколько покупателей было вчера у тёти Груши? (Ответ надо обосновать).

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**5 класс (120 минут)**

1. Разрежьте фигуру на рисунке на две одинаковые части по линиям сетки и сложите из них прямоугольник  $4 \times 6$  клеток. Покажите, как надо резать и как складывать.



2. Чтобы открыть сейф, нужно ввести код – число, состоящее из семи цифр: двоек и троек. Сейф откроется, если двоек больше, чем троек, а код делится и на 3, и на 4. Найдите код для открытия сейфа. (Ответ надо обосновать).
3. На экране компьютера – число 141. Каждую секунду компьютер перемножает все цифры числа на экране, полученное произведение либо прибавляет к этому числу, либо вычитает из него, а результат появляется на экране вместо исходного числа. Появится ли еще когда-нибудь на экране число 141? (Ответ надо обосновать).
4. Произведение 1998 натуральных чисел равно 105, а их сумма равна 2018. Найдите эти числа. (Ответ надо обосновать).
5. Тётя Груша продаёт кабачки. Три кабачка она продаёт за 5 рублей, четыре кабачка – за 6 рублей, а пять кабачков – за 7 рублей. Ни в каком другом количестве тётя Груша кабачки не продаёт. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 рублей. Сколько покупателей было вчера у тёти Груши? (Ответ надо обосновать).

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**6 класс (120 минут)**

1. В десятичной записи числа 59876 использованы 5 последовательных цифр 5, 6, 7, 8 и 9. Чему равно следующее по величине пятизначное число, также записанное пятью последовательными цифрами? (Ответ надо обосновать).
2. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 19 имеет остаток 16, при делении на 20 имеет остаток 17, при делении на 21 имеет остаток 18. (Ответ надо обосновать).
3. Катер проплыл расстояние от  $A$  до  $B$  по течению реки за 6 суток, а обратно от  $B$  до  $A$  за 8 суток. За какое время проплывет от  $A$  до  $B$  плот? (Ответ надо обосновать).
4. Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что в каждом углу стопки сумма равна 2018? (Ответ надо обосновать).
5. Назовем старшим делителем числа самый большой из его делителей, не равный самому числу, а младшим делителем назовем самый маленький делитель, не равный 1. Например, у числа 12 старший делитель равен 6, а младший – 2. Найдите все числа, у которых старший делитель в 15 раз больше младшего. (Ответ надо обосновать).

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**6 класс (120 минут)**

1. В десятичной записи числа 59876 использованы 5 последовательных цифр 5, 6, 7, 8 и 9. Чему равно следующее по величине пятизначное число, также записанное пятью последовательными цифрами? (Ответ надо обосновать).
2. Найдите наименьшее натуральное число, которое при делении на 19 имеет остаток 16, при делении на 20 имеет остаток 17, при делении на 21 имеет остаток 18. (Ответ надо обосновать).
3. Катер проплыл расстояние от  $A$  до  $B$  по течению реки за 6 суток, а обратно – от  $B$  до  $A$  за 8 суток. За какое время проплывет от  $A$  до  $B$  плот? (Ответ надо обосновать).
4. Имеется много одинаковых квадратов. В вершинах каждого из них в произвольном порядке написаны числа 1, 2, 3 и 4. Квадраты сложили в стопку и написали сумму чисел, попавших в каждый из четырёх углов стопки. Может ли оказаться так, что в каждом углу стопки сумма равна 2018? (Ответ надо обосновать).
5. Назовем старшим делителем числа самый большой из его делителей, не равный самому числу, а младшим делителем назовем самый маленький делитель, не равный 1. Например, у числа 12 старший делитель равен 6, а младший – 2. Найдите все числа, у которых старший делитель в 15 раз больше младшего. (Ответ надо обосновать).

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**7 класс (180 минут)**

1. Можно ли в клетки таблицы размером  $4 \times 4$  вписать по целому числу так, чтобы сумма всех чисел таблицы была положительной, а сумма чисел в каждом квадрате размера  $3 \times 3$  была отрицательной?
2. Сумма трёх различных натуральных чисел равна 100. Из этих чисел можно составить три попарные разности (при вычислении разности из большего числа вычитают меньшее). Какое наибольшее значение может принимать сумма этих попарных разностей?
3. Сумма цифр трехзначного числа равна 7. Докажите, что это число делится на 7 тогда и только тогда, когда две его последние цифры равны.
4. На сторонах и диагоналях семнадцатиугольника расставлены числа  $+1$  и  $-1$ . Докажите, что найдётся такая вершина, что произведение чисел, находящихся на двух сторонах и четырнадцати диагоналях, выходящих из этой вершины, равно 1.
5. На доске написаны числа от 1 до 9. Петя и Вася по очереди (начинает Петя) их стирают, пока не останется два числа. Если сумма оставшихся чисел делится на три, то выигрывает Петя, иначе – Вася. Кто выигрывает при правильной игре?

*Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике, Иркутск, 2018*

**7 класс (180 минут)**

1. Можно ли в клетки таблицы размером  $4 \times 4$  вписать по целому числу так, чтобы сумма всех чисел таблицы была положительной, а сумма чисел в каждом квадрате размера  $3 \times 3$  была отрицательной?
2. Сумма трёх различных натуральных чисел равна 100. Из этих чисел можно составить три попарные разности (при вычислении разности из большего числа вычитают меньшее). Какое наибольшее значение может принимать сумма этих попарных разностей?
3. Сумма цифр трехзначного числа равна 7. Докажите, что это число делится на 7 тогда и только тогда, когда две его последние цифры равны.
4. На сторонах и диагоналях семнадцатиугольника расставлены числа  $+1$  и  $-1$ . Докажите, что найдётся такая вершина, что произведение чисел, находящихся на двух сторонах и четырнадцати диагоналях, выходящих из этой вершины, равно 1.
5. На доске написаны числа от 1 до 9. Петя и Вася по очереди (начинает Петя) их стирают, пока не останется два числа. Если сумма оставшихся чисел делится на три, то выигрывает Петя, иначе – Вася. Кто выигрывает при правильной игре?

8 класс (180 минут)

1. Сколько слагаемых суммы  $1 + 2 + 3 + \dots$  надо взять, чтобы получить трехзначное число, состоящее из одинаковых цифр?
2. Известно, что числа  $a, b, c$  и  $d$  – целые и  $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ . Может ли выполняться равенство  $abcd = 201620172018$ ?
3. Какое максимальное число квадратов  $2 \times 2$  можно уложить на клетчатую доску размера  $7 \times 7$  клеток так, чтобы каждые два уложенных квадрата имели не больше одной общей клетки? Квадраты  $2 \times 2$  укладываются по линиям сетки так, что каждый закрывает ровно 4 клетки. Квадраты не выходят за границу доски.
4. Транснациональная корпорации «Максикола» имеет региональные подразделения более чем в 10 государствах. В течении года подразделения могли устраивать межрегиональные проекты. (по правилам ВТО – не более одного между любыми двумя). Известно, что за год количество совместных проектов с другими подразделениями у каждого подразделения делится на 10. Докажите, что в этом году не менее чем у 11 подразделений количество совместных проектов совпадает.
5. На гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана такая точка  $D$ , что  $BC = CD$ . На катете  $BC$  взята такая точка  $E$ , что  $DE = CE$ . Докажите равенство  $AD + BE = DE$ .

8 класс (180 минут)

1. Сколько слагаемых суммы  $1 + 2 + 3 + \dots$  надо взять, чтобы получить трехзначное число, состоящее из одинаковых цифр?
2. Известно, что числа  $a, b, c$  и  $d$  – целые и  $\frac{a-b}{c-d} = \frac{a+b}{c+d}$ . Может ли выполняться равенство  $abcd = 201620172018$ ?
3. Какое максимальное число квадратов  $2 \times 2$  можно уложить на клетчатую доску размера  $7 \times 7$  клеток так, чтобы каждые два уложенных квадрата имели не больше одной общей клетки? Квадраты  $2 \times 2$  укладываются по линиям сетки так, что каждый закрывает ровно 4 клетки. Квадраты не выходят за границу доски.
4. Транснациональная корпорации «Максикола» имеет региональные подразделения более чем в 10 государствах. В течении года подразделения могли устраивать межрегиональные проекты. (по правилам ВТО – не более одного между любыми двумя). Известно, что за год количество совместных проектов с другими подразделениями у каждого подразделения делится на 10. Докажите, что в этом году не менее чем у 11 подразделений количество совместных проектов совпадает.
5. На гипотенузе  $AC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  выбрана такая точка  $D$ , что  $BC = CD$ . На катете  $BC$  взята такая точка  $E$ , что  $DE = CE$ . Докажите равенство  $AD + BE = DE$ .